

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

論題(和文)	屋根面変形により非一様加速度分布を受ける吊り天井の水平震度分布
Title(English)	Seismic Coefficient Profile in Suspended Ceiling Subjected to Non-uniformly Distributed Accerelation due to Roof Deformation
著者(和文)	金子健作, 元結正次郎
Authors(English)	Kensaku Kaneko, SHOJIRO MOTOYUI
出典(和文)	日本建築学会構造系論文集, Vol. 80, No. 712, pp. 861-871
Citation(English)	Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 80, No. 712, pp. 861-871
発行日 / Pub. date	2015, 6
Rights	日本建築学会
Relation	is version of: <a href="https://www.jstage.jst.go.jp/article/aijs/80/712/80_861/_article/-char/ja/">https://www.jstage.jst.go.jp/article/aijs/80/712/80_861/_article/-char/ja/</a>
Note	本文データは学協会の許諾に基づきJ-STAGEから複製したものである

## 屋根面変形により非一様加速度分布を受ける吊り天井の水平震度分布

## SEISMIC COEFFICIENT PROFILE IN SUSPENDED CEILING SUBJECTED TO NON-UNIFORMLY DISTRIBUTED ACCERELATION DUE TO ROOF DEFORMATION

金子 健作\*, 元結 正次郎\*\*

Kensaku KANEKO and Shojiro MOTOYUI

This paper discusses dynamic characteristics of large area ceiling subjected to non-uniformly distributed acceleration due to floor or roof in-plane flexibility in steel structures. Horizontal displacement in the ceiling is separated into static and dynamic components based on multi input problem. It is shown that the ratio of horizontal stiffness of the ceiling to in-plane shear stiffness in the ceiling board governs seismic behavior. Two types of the ceiling brace force corresponding to the static and dynamic displacement is analyzed and its practical evaluation method is proposed. Finally, the method is validated in comparison with finite element analysis.

**Keywords:** Ceiling, Brace, Floor flexibility, Brace, Gymnasium, Multi input

天井, 斜め部材, 非剛床, プレース, 体育館, 多点入力

## 1. はじめに

屋根面剛性が小さく最外縁構面のみをブレース構面とする建物では、水平地震動に対して屋根面が弓なり状に大きく変形し、局部的に大きな水平応答加速度を生ずる可能性があることが知られている(図1)。天井面の面内剛性が極めて低いシステム天井や設備機器等は、それら吊元の局所に生じる加速度を用いて耐震設計がなされるべきであると考えられ、このような観点から、著者らは学校体育館や倉庫・生産施設等の鉄骨造平屋建てを対象として、非一様分布となる屋根面の水平応答加速度の簡便な評価式を提案している<sup>1)</sup>。

一方、鋼製下地材在来工法天井では、天井面の面内剛性により天井面の変位が抑制され、局所の水平加速度の増大は緩和されることが期待できる反面、屋根面と天井面の変位差が大きくなることにより、天井斜め部材の地震力負担の増大が懸念される。また、大面積天井では、天井面の柔性が振動性状に及ぼす影響も指摘されている<sup>2)</sup>。しかしながら、天井の耐震設計に関する告示「平成25年国土交通省告示第771号」(以下、告示)では、剛床に支持された剛な天井面を有する天井を想定<sup>3)</sup>していることから、これらの懸念に対する設計上の配慮は示されていない。最近では、吊り天井を有する鉄骨造学校体育館の3次元実大振動実験<sup>4)</sup>もおこなわれ、空間構造における天井の耐震性能も実証されつつあるが、空間構造特有の地震時挙動が天井に及ぼす影響は十分に明らかにされたとは言い難い。

以上から、本論文では、文献1)で対象とする体育館等において、告示に適合する耐震化を図った天井を対象として、地震時の屋根面の変形により天井吊元に非一様分布加速度が入力される場合の天井斜め部材の負担水平力に及ぼす種々の影響を解析的に考察したう

で、斜め部材の設計用水平力の評価方法を示す。さらに、天井の構造設計者に向けて、建物および天井の相互の構造特性を踏まえた天井の挙動の包括的な理解に資することを目的とする。

本論文では、天井の挙動を解析的に分析するため、次に述べる手法に準ずる。構造物への非一様な加速度分布入力に係る問題(多点入力問題)では、変位を仮想の静的変位と動の変位に分離するCloughらの方法<sup>5)</sup>を用いる。これにより、多点入力問題においても広義の刺激係数<sup>6)</sup>を定義することができ、応答スペクトル法により各種の応答量を計算可能となる。天井への入力は文献1)による方法で評価し、非構造部材の慣用の設計手順に準じて、建物と天井の慣性の相互作用効果は考慮せずに片連成問題として考える。屋根面質量に対しての天井質量は概ね1桁小さく、耐震化を図った天井の固有周期は、対象とする低層建物のそれに比べて半分以下であり、相互作用効果は小さいためである。なお、片連成仮定では、天井の応答を保守的に評価<sup>7)</sup>することとなる。

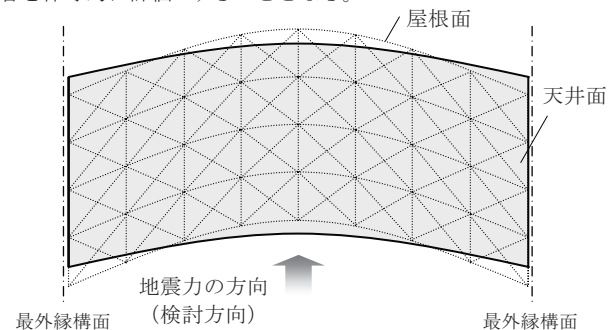


図1 屋根面および天井面の地震時変形

\* 東京工業大学大学院総合理工学研究科人間環境システム専攻助教・博士(工学)

\*\* 東京工業大学大学院総合理工学研究科人間環境システム専攻教授・工博

Assist.Prof., Dept. of Built Environment, Interdisciplinary Graduate School of Science and Technology, Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

Prof., Dept. of Built Environment, Interdisciplinary Graduate School of Science and Technology, Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

## 2. 非剛床面に吊り支持された天井の基本的特性

検討直交方向  $x$  に長さ  $l$  を有する天井面を単位長さあたりの質量  $\bar{m}$ 、面内せん断剛性  $GA_s$  および面内曲げ剛性  $EI$  を有する 1 次元の梁材として取り扱う (図 2)。天井面は、その周囲の壁等とのクリアランスが十分に設けられ、天井面の境界条件は周辺で自由であるものとし、天井吊元に屋根面と等しい強制変位  $u_f (= N(x)u_{f0})$  を受けるものとする (図 3)。実際の天井の斜め部材は、天井吊元の確保や干渉回避を考慮して、偏心が生じない程度にある程度任意に配置される。このような斜め部材の配置を個別に取り扱うのではなく、離散的に配置される天井の斜め部材を平均的に等価な水平剛性  $\bar{k}$  および回転剛性  $\bar{k}_\theta$  を有する広義の弾性支床に連続体置換することにより、地震時における天井の挙動を巨視的に捉える。

本章では、問題の趣旨を明確にするために、天井面の曲げ変形は無視するものとして定式化をおこなう。

### 2.1 多点入力問題の解法

天井面の水平変位 (以下、変位と称す)  $u$  は、仮想的静的変位  $u^s$  と動変位  $u^d$  に加法的に分離<sup>5)</sup>できるものとする (付録 1 参照)。

$$u = u^s + u^d \quad (1)$$

ここで、静的変位  $u^s$  は、以下の静的釣合い式を満足する解である。

$$GA_s \frac{d^2 u^s}{dx^2} - \bar{k}(u^s - u_f(x)) = 0, \quad A_s = \frac{5}{6} \times (\text{天井面の断面積}) \quad (2a, b)$$

$u^s$  は、既知量である天井吊元の強制変位  $u_f$  により、不静定構造物である天井が自己釣り合い系を成すように変形した結果生じる変位であり、系の剛体変位と系の変形により生じる変位の和で表される (図 3)。式(2b)におけるせん断補正係数  $5/6$  は、矩形断面に対する Cowper の理論値<sup>8)</sup>を用いている。一方、動変位  $u^d$  は、振動方程式である以下の偏微分方程式を解くことにより求められる。

$$\bar{m} \frac{\partial^2 u^d}{\partial t^2} + \bar{k} u^d - GA_s \frac{\partial^2 u^d}{\partial x^2} = -\bar{m} \frac{\partial^2 u^s}{\partial t^2} \quad (3)$$

ここに、 $t$  は時間である。式(2)および式(3)の無次元化をおこなうため、無次元座標  $\xi = x/l$  および以下の 2 つの変数を導入する。

$$\alpha = \frac{l}{\pi} \sqrt{\frac{\bar{k}}{GA_s}}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{\bar{k}}{\bar{m}}} \quad (4a, b)$$

ここに、 $\omega_0$  は天井面を剛 ( $GA_s \rightarrow \infty$ ) とした場合の天井の 1 次元固有円振動数であり、対応する振動モードは純並進モードとなる。 $\alpha$  は、屋根面が剛であるときの一般化剛性 (水平剛性)  $\bar{k}l$  に対する斜め部材が仮想的に存在しない場合の天井面における周辺自由境界条件のモードに対する一般化剛性  $\pi^2 GA_s / l$  の比の平方根を意味する。式(4)により、式(2a)および式(3)は、以下のように書き改められる。

$$\frac{d^2 u^s}{d\xi^2} - (\alpha\pi)^2 (u^s - u_f(\xi)) = 0 \quad (5a)$$

$$\frac{\partial^2 u^d}{\partial t^2} + \omega_0^2 u^d - (\alpha\pi\omega_0)^2 \frac{\partial^2 u^d}{\partial \xi^2} = -\frac{\partial^2 u^s}{\partial t^2} \quad (5b)$$

式(5a)により求められる静的解を形式的に  $u^s(\xi) = T(\xi)u_{f0}$  と表し、式(5b)から得られる  $j$  次の振動モードを  $\phi_j$  とすれば、入力加速度  $\ddot{u}_{f0}$  に対となる  $j$  次の刺激係数  $\beta_j$  は、以下のように表される。

$$\beta_j = \frac{\int_0^1 \bar{m} \phi_j(\xi) T(\xi) d\xi}{\int_0^1 \bar{m} \phi_j(\xi)^2 d\xi} \quad \text{for } j = 1, 2, \dots \quad (6)$$

式(6)は、地動加速度分布の代わりに、強制変位により生じる静的変

位分布で振動モードを展開した係数となる。なお、一様加速度分布であれば  $T=1$  となり、通常の刺激係数の表現と一致する。

### 2.2 天井面に対する斜め部材の剛比

剛比  $\alpha$  は天井の静的・動的挙動を特徴づける。ここでは、文献 3) および文献 9) で例示されている天井を参考にして若干数値を丸めたうえで、本論文で取り扱う剛比  $\alpha$  の範囲の目安を明らかにしておく。

- ・設計用水平震度：1.5 (1 階建て)
- ・斜め部材：C-38×12×1.2 (1 組/4m<sup>2</sup>) (JIS 規格品)
- ・石膏ボードの厚さ： $t=9.5\text{mm}$
- ・石膏ボードのヤング係数： $E=2,000\text{N/mm}^2$  (文献 10)
- ・天井板の等価面内せん断弾性係数： $G=600\text{N/mm}^2$  (文献 11)
- ・天井の水平剛性：120kN/m / 斜め部材 1 組  $\rightarrow$  30kN/m<sup>2</sup> (文献 3)
- ・天井面の長さ (検討直交方向)： $l=24\text{m}$

文献 11) は、野縁を介して複数の石膏ボードをビス接合した要素実験であり、剛性にビスのずれ変位の影響が含まれている。しかしながら、大面積天井の面内剛性に関する知見は十分ではない。天井面が面内力を受けると、石膏ボード個材の面内の剛体回転、個材間の接触・離間やビスのずれ変形などの様々な要因が複雑に相互に影響する。これにより、天井面の巨視的な面内剛性は、個材の面内剛性よりも大きく低下する懸念もある。本論文では、この剛性低下の目安を  $1/10^{12)}$  とし、表 1 に示すとおり  $\alpha=0.5\sim 3$  を目安とする。

表 1 取り扱う剛比の代表例

ケース	天井面	設計用水平震度	$G$ (N/mm <sup>2</sup> )	水平剛性 $\bar{k}$ (kN/m <sup>2</sup> )	剛比 $\alpha$
1(基本)	完全一体	1.5G (1 階建て)	600	30	0.61
2	ケース 1 の 1/10	2.2G (告示の上限)	60	44 <sup>*</sup>	2.34
3	完全一体	0.5G (告示の下限)	600	10 <sup>*</sup>	0.35

\* ケース 2： $30 \times (2.2G/1.5G) = 44$ 、ケース 3： $30 \times (0.5G/1.5G) = 10$  で算出した。

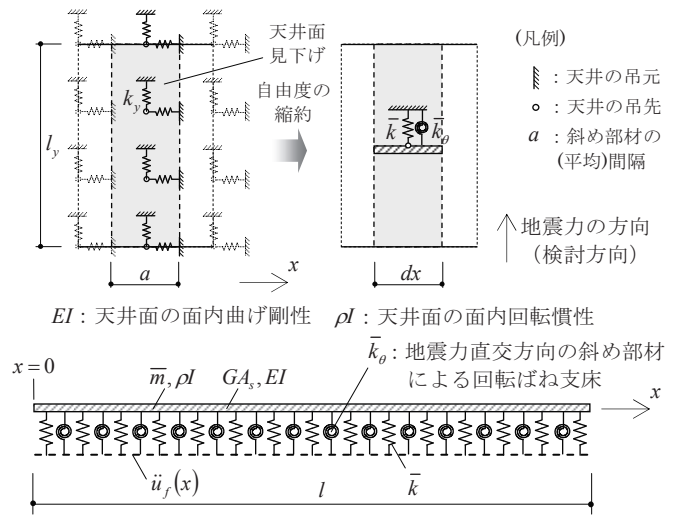


図 2 天井の連続体置換

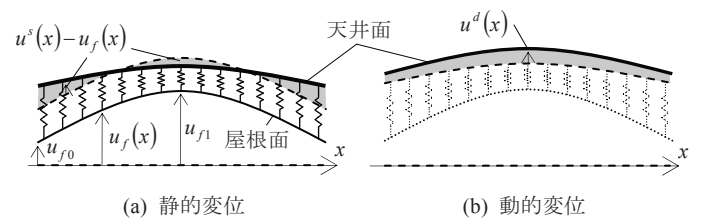


図 3 多点入力問題における静的変位と動変位への分離

### 2.3 静的変位

式(5a)の基礎式を求解して、天井面の静的変位を具体的に示す。

建物の固有円振動数を  $\omega_f$ 、建物の刺激関数を  $\psi_{f0}$ 、変位応答ベクトルを  $S_d$  として、天井吊元（屋根面）の強制変位  $u_f$  を以下のように表す<sup>1)</sup>。

$$u_f = u_{f0} \left\{ 1 + (\chi_f - 1) \sin \pi \xi \right\} \quad (7a)$$

$$u_{f0} = \psi_{f0} S_d(\omega_f), \quad \chi_f = u_{f1} / u_{f0} \quad (7b, c)$$

ここに  $\chi_f$  は屋根面端部と中央部の振動モードの振幅比 (図3(a)) であり、建物特性により定まる。式(7a)を式(5a)に代入した式の解は、天井両端の自由端の境界条件を考慮して、以下のように求められる。

$$u^s(\xi) = T(\xi) u_{f0} \quad (8a)$$

$$T(\xi) = 1 + \frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2} \left\{ \frac{1}{\alpha(e^{\pi\alpha} - 1)} (e^{\pi\alpha\xi} + e^{\pi\alpha(1-\xi)}) + \sin \pi\xi \right\} (\chi_f - 1) \quad (8b)$$

図4に式(8)による天井の静的変位分布を示す。剛比  $\alpha$  が大きくなるにつれ、天井面の静的変位  $u^s$  は天井吊元の変位  $u_f$  に漸近するようになる。一方、 $\alpha$  が小さくなるにつれて、静的変位は一様分布に漸近し、その値は  $1 + \frac{2}{\pi}(\chi_f - 1)$  となる。これは、強制変位  $u_f$  の空間平均  $\bar{u}_f = \int_0^1 u_f(\xi) d\xi$  に等しい。図5は、式8(a)を空間微分して求めた天井面の静的面内せん断力分布である。図6は、屋根面の振幅比  $\chi_f$  と天井面の静的変位の振幅比  $\chi = \max(u^s) / \min(u^s)$  の関係を示したものである。天井吊元が非一様に変位分布を生じる場合でも、剛比が小さくなるにつれ、天井面の変形が緩和され得ることを示している。

### 2.4 動の変位

式(5b)の右辺の外力項を零として、天井の動変位  $u^d$  に対する固有方程式を求める。天井面の自由端部で面内せん断力が零となる力学的境界条件を用いて変数分離法により解く。対称モードに限定すれば、天井の  $j$  次の固有円振動数  $\omega_j^s$  および振動モード  $\phi_j$  は、以下のように求められる。

$$\omega_j^s = \sqrt{1 + \{2(j-1)/\alpha\}^2} \omega_0 \quad \text{for } j=1,2,\dots \quad (9a)$$

$$\phi_j = \cos 2(j-1)\pi\xi \quad \text{for } j=1,2,\dots \quad (9b)$$

式(9a)から、天井の1次固有円振動数  $\omega_1^s$  は、剛比  $\alpha$  の値に関わらず、天井面が剛のときの固有円振動数  $\omega_0$  に常に等しく、対応する振動モードは純並進モードとなる。この事実から、1次固有円振動数  $\omega_1^s$  に対する固有円振動数  $\omega_j^s$  の比  $\Omega_j^s$  を以下のように定義する。

$$\Omega_j^s = \frac{\omega_j^s}{\omega_1^s} = \sqrt{1 + \{2(j-1)/\alpha\}^2} \quad \text{for } j=1,2,\dots \quad (10)$$

式(10)による各次の固有円振動数比  $\Omega_j^s$  を図7に示す。式(10)からも明らかなように、剛比  $\alpha$  が大きくなるにつれて、高次モードの固有円振動数は1次の値に近づき、かつ、それぞれの固有円振動数が互いに近接する。このような近接固有値の存在は、吊り構造物においてしばしば確認され、特徴的なうなりの振動現象を引き起こす。これは、天井の構造ヘルスマモニタリングの困難さを示唆している。逆に、 $\alpha \rightarrow 0$  ならば、天井面の周辺自由境界条件の振動モードに対する固有円振動数に一致する。なお、実際には、ある閾値  $\alpha$  を超えた場合には、連続体置換モデルで表現できない斜め部材間の天井面の振動が支配的になるが<sup>13)</sup>、屋根-天井系では問題とならない。

### 2.5 刺激係数

式(8b)および式(9b)を式(6)に代入して積分計算をすれば、 $j$  次の刺激係数  $\beta_j$  は、以下のように求められる。

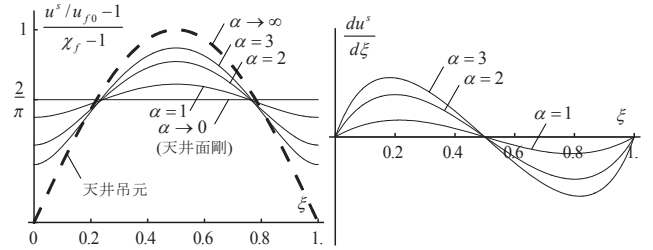


図4 静的変位分布

図5 天井面の静的面内せん断力分布

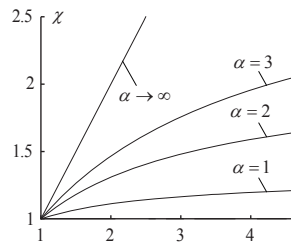


図6 天井面の静的振幅比

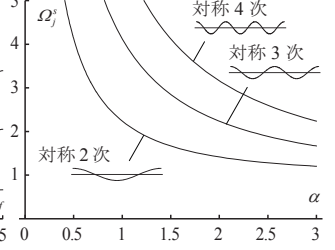


図7 天井の固有円振動数比

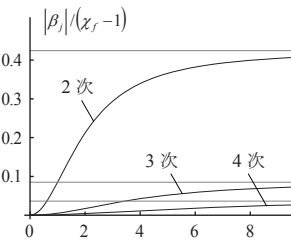


図8 2次以降の刺激係数

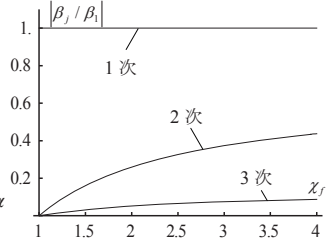


図9 刺激係数の極値

$$\beta_j = \begin{cases} \bar{u}_f / u_{f0} (= 1 + \frac{2}{\pi}(\chi_f - 1)) & \text{for } j=1 \\ -\frac{4\alpha^2}{\pi\{4(j-1)^2 - 1\}\{4(j-1)^2 + \alpha^2\}} (\chi_f - 1) & \text{for } j=2,3,\dots \end{cases} \quad (11)$$

式(11)から、入力加速度  $\ddot{u}_{f0}$  に対する1次の刺激係数は、1以上になることが解る。しかし、 $\ddot{u}_{f0}$  の代わりにその空間平均値  $\bar{\ddot{u}}_f$  を代表値とすれば、刺激係数は1となる。また、天井吊元の加速度分布が一樣 ( $\chi_f = 1$ ) の場合には、2次以降の刺激係数は常に零となり、2次以降の高次モードは理論上励起されない。一方、 $\chi_f \neq 1$  の場合には、 $\beta_j \neq 0$  となることから、天井面の高次モードの振動が励起され得る。2次以上の刺激係数は、

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \beta_j = -\frac{4}{\pi\{1 - 4(j-1)^2\}} (\chi_f - 1) \quad \text{for } j=2,3,\dots \quad (12)$$

と表されるから、一定値に収束する。天井面の剛性が極めて低く屋根面の変形が大きい場合 ( $\alpha \rightarrow \infty$ ) には、図9に示すように1次に比べて2次の刺激係数は小さく、高次モードの影響は非常に大きい。面内剛性の小さいシステム天井などは、これに該当する。

## 3. 天井面の面内曲げ変形の影響

### 3.1 面内曲げ変形の導入

2章では、簡単のために、天井面の変形を面内せん断変形に限定していた。しかしながら、天井面は周辺自由の境界条件であり、天井面の面内曲げ変形の影響は無視できない。本章では、天井面を Timoshenko 梁<sup>14)</sup>でモデル化することにより、天井面の面内曲げ変形および面内せん断変形の両者を考慮する。ただし、周辺自由境界条件の Timoshenko 梁の振動モードの一般解<sup>15)</sup>は求まるが、振動数方

程式の求根が煩雑である。これを改善するために、松浦<sup>16)</sup>は周辺自由境界条件の Bernoulli-Euler 梁の複数の振動モードの理論解の一次結合を変位関数として、Rayleigh-Ritz 法により固有振動数等を求める方法を提案している。本論文では、さらに簡易な変位関数を導入して、振動モードを陽に表す手法を提案する。ただし、前章での刺激係数に対する考察から、有意な 2 次の振動モードまでを考慮することとする。

動的変位  $u^d$  により天井に貯蔵されるひずみエネルギー  $U$  および運動エネルギー  $K$  は、以下のように表される。

$$U = \int_0^l \left\{ \frac{1}{2} EI \left( \frac{\partial \theta^d}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} GA_s \left( \frac{\partial u^d}{\partial x} - \theta^d \right)^2 \right\} dx + \int_0^l \left\{ \frac{1}{2} \bar{k} u^{d^2} + \frac{1}{2} \bar{k}_\theta \theta^{d^2} \right\} dx$$

$$K = \int_0^l \left\{ \frac{1}{2} \bar{m} \left( \frac{\partial u^d}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} \rho I \left( \frac{\partial \theta^d}{\partial t} \right)^2 \right\} dx \quad (13a, b)$$

ここに、 $\theta^d$  は Timoshenko 梁において変位  $u^d$  の空間微分とは独立に定義される回転角であり、 $\rho I$  は天井面の回転慣性である。斜め部材は均等に分散配置され、水平 2 方向の天井の水平剛性が同一であれば、 $I/A = \bar{k}_\theta / \bar{k}$  が成立する。以降の定式化では、この条件を用いる。さらに、以下で導入する天井面の辺長比  $\bar{l}$  および天井面の細長比  $\lambda$  を用いて考察する。

$$\lambda = l / \sqrt{I/A} = \sqrt{12} \bar{l}, \quad \bar{l} = l_y / l \quad (14a, b)$$

図 10 には、図 2 のモデルを有限要素解析により解いた振動モード形を示してある。細長比  $\lambda$  が大きくなるにつれ、天井面の振動モードが余弦曲線の形状から半波の正弦曲線的となる。この結果、屋根面と天井面の振動モード形状の相関が大きくなり、刺激係数の増加が予測される。また、2 次の振動モードの形状は、剛比  $\alpha$  には依存せず細長比のみに依存し、周辺自由境界条件の振動モードに一致する。これは、2.4 節で述べたせん断系の解の性質と同様である。

一般化変位  $a_0, a_1, a_2$  を導入して、天井面の動的変位  $u^d$  および動的回転角  $\theta^d$  を以下のように近似する (付録 2 参照)。

$$u^d(\xi, t) = \phi_u(\xi) e^{i\omega t}, \quad \theta^d(\xi, t) = \phi_\theta(\xi) e^{i\omega t} \quad (15a, b)$$

$$\phi_u = a_0 + a_1 \cos 2\pi\xi + a_2 \{ \cos 2\pi\xi + 2\pi^2 \xi(\xi-1) \} \quad (15c)$$

$$l\phi_\theta = a_2 \cdot 2\pi(2\pi\xi - \pi - \sin 2\pi\xi) \quad (15d)$$

一般化変位の数  $n$  が 3 であれば、振動数方程式は 3 次の多項式となり、Cardano の公式によれば、閉形式解が求まる。紙面の都合上、解の具体形は省略するが、この解によると、1 次モードは、任意の  $\alpha, \lambda$  に対して、天井面を剛とした固有円振動数と同値となる。また、対応する振動モードは純並進モードとなる。2 次モードは、式(16a)のように形式的に表し、図 11 に結果のみを示しておく。

$$\Omega_2 = \Omega_2(\alpha, \lambda) \text{ and } \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \Omega_2 = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \Omega_2 = 1 \quad (16a, b)$$

細長比  $\lambda$  が大きくなるにつれ、2 次の固有円振動数は、1 次の値により近接する。また、誘導した理論解 (式 16(a) の具体形) は、細長比  $\lambda$  が 0 のときにせん断振動の解と一致することを確認している。式(16)は煩雑であるため、せん断系の解 (式(10)) を参考にして、2 次の固有円振動数比  $\Omega_2$  を形式的に以下のように置くことを考える。

$$\Omega_2 = \sqrt{1 + 4/\bar{\alpha}^2}, \quad \bar{\alpha} = \alpha \Lambda(\lambda) \quad (17a, b)$$

ここに、 $\bar{\alpha}$  は細長比の影響を反映した有効剛比であり、細長比の関数  $\Lambda$  により修正されるものとする (付録 3 参照)。式(17)を用いれば、振動モード  $\phi_u$  は、剛比  $\alpha$  に依存しない解として次のように表される。

$$\phi_u = 1 + 6(\xi-1)\xi + \frac{3}{\pi^2} \frac{\Lambda(\lambda)^2 + 2}{\Lambda(\lambda)^2 - 1} \cos 2\pi\xi \quad (18)$$

これは、2 次の振動モードが剛比  $\alpha$  に依存しないという予備解析の考察結果と整合し、図 12 の振動モードを呈す。図 13 は、厳密解との比較であり、細長比による振動モードの変化と対応している。

### 3.2 有効剛比を用いた静的変位の予測

Timoshenko 梁の静的変位の予測方法について述べる。固有値の特性の類似性から、恣意的ではあるが、式(17b)で導入した有効剛比  $\bar{\alpha}$  を用いて、式(8b)における  $\alpha$  を  $\bar{\alpha}$  で置き換えた次式を考える。

$$T(\xi) = 1 + \frac{\bar{\alpha}^2}{1 + \bar{\alpha}^2} \left\{ \frac{1}{\bar{\alpha}} (e^{\pi\bar{\alpha}\xi} + e^{\pi\bar{\alpha}(1-\xi)}) + \sin \pi\xi \right\} (\chi_f - 1) \quad (19)$$

図 14 に静的変位の代表例を示す。天井面の細長比が静的変位に及ぼす影響は無視できないこと、および式(19)はその影響を適切に考慮していることが解る。

以上から、2 章における議論は、剛比  $\alpha$  を有効剛比  $\bar{\alpha}$  で置き換えれば、天井面の曲げを考慮した場合に一般化できる。以降では、 $\alpha$  の代わりに、 $\bar{\alpha}$  を独立変数として定式化をおこなう。

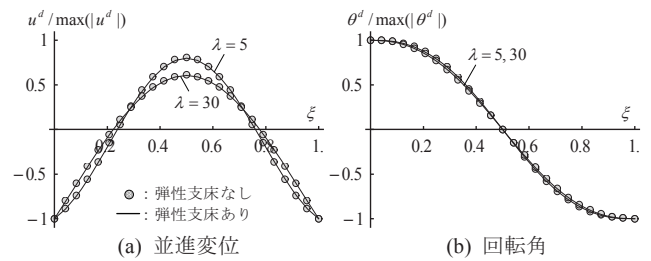


図 10 弾性支床が 2 次モードの変化に及ぼす影響

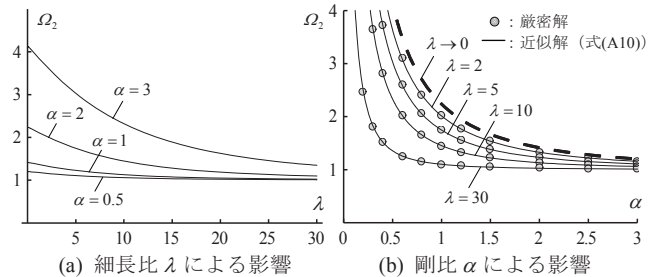


図 11 2 次の固有円振動数比

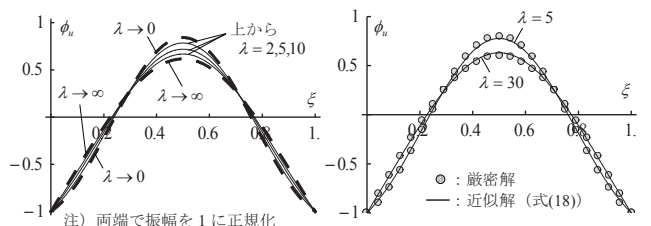


図 12 2 次振動モードの変化

図 13 2 次振動モードの検証

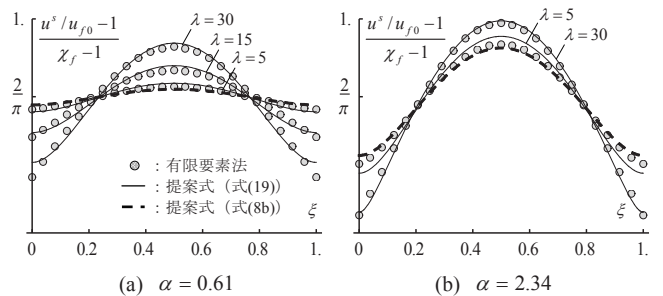


図 14 静的変位の検証

### 3.3 2次モードの刺激係数

式(18)の振動モードで展開した2次モードの刺激係数 $\beta_2$ を図15に示す。式(20)に示すとおり、刺激係数の下限値に対する上限値の比は、 $\chi_f, \alpha, E/G$ の値に関わらずに一定となり、約1.4となる。

$$\beta_2|_{\lambda \rightarrow \infty} / \beta_2|_{\lambda \rightarrow 0} = 8 / \{3(\pi^2 - 8)\} \approx 1.4 \quad (20)$$

また、図16に示すとおり、細長比が10以上であれば、式(20)と式(11)を用いて刺激係数を十分近似できる。なお、天井面が曲げ変形を生じる場合には、厳密には、式(6)の刺激係数に回転成分の項が加わるが、これは極めて影響が小さく無視できることを確認している。

### 4. 斜め部材の水平力

本章では、応答スペクトル法を用いることにより、地震時の斜め部材の水平力を簡易に評価する手法を提案する。

斜め部材の水平力 $\bar{f}$ （斜め部材1組の負担水平力をその支配面積で除した値）は、以下のように求められる。

$$\bar{f} = \bar{f}^s + \bar{f}^d, \quad \bar{f}^s = \bar{k}(u^s - u_f), \quad \bar{f}^d = \bar{k}u^d \quad (21a-c)$$

ここでは、 $\bar{f}^s, \bar{f}^d$ をそれぞれ静的水平力および動的水平力と呼ぶこととする。 $\bar{f}^s$ は不静定応力に起因するものである。

#### 4.1 建物屋根面の振動特性

建物屋根面の振動特性は、以下で与えられるものとする<sup>1)</sup>。

$$(\text{振幅比}) \quad \chi_f = 1 + \kappa \bar{\gamma}_{e0}, \quad \bar{\gamma}_{e0} = (\gamma_e - \mu_e) / \gamma_v, \quad \kappa = 0.71 \quad (22a-c)$$

$$(\text{刺激関数}) \quad \psi_{f0} = \left[ 1 + \tau(2/\pi)^2 \bar{\gamma}_{e0}^\tau \right]^{-1} \quad \text{where } \tau = 1.1 \quad (22d,e)$$

ここに、 $\gamma_e, \gamma_v$ はそれぞれ建物の層剛性に対する最外縁構面（妻面等）架構の水平剛性の比および屋根面の面内剛性の比<sup>1)</sup>を示す（付図3(a)）。 $\mu_e$ は建物質量に対する片側妻面の質量比である。 $\bar{\gamma}_{e0}$ が天井への加速度入力の非一様さを示す指標となり、これを独立変数とする。式(22d)により屋根面の変位応答は、以下で表される（付録4）。

$$u_{f0} = \psi_{f0} S_d(\omega_f), \quad S_d(\omega_f) = S_a / \omega_f^2 \quad (23a, b)$$

#### 4.2 静的水平力

式(23)を式(21b)に代入すると、静的水平力 $\bar{f}^s$ は、以下となる。

$$\bar{f}^s = \bar{k} \psi_{f0} \Delta \frac{S_a}{\omega_f^2}, \quad \Delta = \frac{u^s - u_f}{u_{f0}} \quad (24a, b)$$

ここで、天井の水平剛性 $\bar{k} = \bar{m} \omega_0^2$ の関係を式(24a)に代入すると、 $\bar{f}^s$ は以下のように書き換えられる。

$$\bar{f}^s = \bar{m} \cdot \eta^s S_a, \quad \eta^s = \gamma_0^2 \psi_{f0} \Delta, \quad \gamma_0 = \omega_0 / \omega_f \quad (25a-c)$$

本論文で対象とする低層建物は、固有周期が概ね0.5秒以下であり、一方、天井の固有周期は概ね0.1~0.4秒程度である。 $\gamma_0$ が1に近い場合には、天井と建物の相互作用効果が無視できず、片連成仮定は天井の応答を過大評価する<sup>7)</sup>。 $\gamma_0$ が大きい場合には天井剛性による屋根面の変形の抑制が無視できない。したがって、適用範囲を $\sqrt{2} < \gamma_0 < 5$ とする。 $\gamma_0, \Delta, \psi_{f0}$ はすべて無次元量であることから、 $\eta^s$ もまた同様に無次元量であり、静的変位による見かけの水平震度の補正係数と見做すことができ、 $\eta^s S_a$ が水平震度となる。式(7)および式(19)を式(24b)に代入して整理すれば、次式の表現を得る。

$$(\text{天井面端部}) \quad \Delta|_{\xi=0} = \Delta|_{\xi=1} = \frac{\bar{\alpha} \coth \frac{1}{2} \pi \bar{\alpha}}{1 + \bar{\alpha}^2} \kappa \bar{\gamma}_{e0} \quad (26a)$$

$$(\text{天井面中央}) \quad \Delta|_{\xi=1/2} = \frac{\bar{\alpha} \operatorname{csch} \frac{1}{2} \pi \bar{\alpha} - 1}{1 + \bar{\alpha}^2} \kappa \bar{\gamma}_{e0} \quad (26b)$$

また、 $\int_0^1 \psi_{f0} \Delta d\xi = 0$ であり、静的水平力が自己釣り合い状態になる

ことから明らかである。式(26)から、 $\eta^s$ は $\bar{\alpha}, \bar{\gamma}_{e0}$ の関数となることが解る。図17に静的相対変位を示し、図18に対応する静的水平力を示す。なお、静的水平力の上限値は、次式のように表される。

$$(\text{天井面端部}) \quad \lim_{\bar{\alpha} \rightarrow 0} \eta^s|_{\xi=0} = \gamma_0^2 \frac{(2/\pi) \kappa \bar{\gamma}_{e0}}{1 + \tau(2/\pi)^2 \bar{\gamma}_{e0}^\tau} \geq \eta^s|_{\xi=0} \quad (27a)$$

$$(\text{天井面中央}) \quad \lim_{\bar{\alpha} \rightarrow 0} \eta^s|_{\xi=1/2} = \gamma_0^2 \frac{(2/\pi - 1) \kappa \bar{\gamma}_{e0}}{1 + \tau(2/\pi)^2 \bar{\gamma}_{e0}^\tau} \geq \eta^s|_{\xi=1/2} \quad (27b)$$

### 4.3 動的水平力

応答スペクトル法により時刻歴地震応答解析を介さないで動的水平力を評価する方法について述べる。

動的変位は、 $S_{af}$ を屋根面における床応答スペクトルとして、各モードの線形結合により以下のように表される。

$$\frac{\partial^2 u^d}{\partial t^2} = \sum_j \psi_j \psi_{f0} S_{af}, \quad \psi_j = \beta_j \phi_j \quad (28a, b)$$

ここに $\psi_j$ は、天井の $j$ 次の刺激関数である。建物と天井が非共振状態であれば、 $S_{af}$ は以下のように精度よく近似できる<sup>17)</sup>。

$$S_{af} = R S_a \quad (29a)$$

$$R = \frac{1}{|\gamma_j^2 - 1|} \sqrt{\gamma_j^4 + \left\{ \frac{S_a(\omega_j, h_j)}{S_a(\omega_f, h_f)} \right\}^2}, \quad \gamma_j = \frac{\omega_j}{\omega_f} (= \Omega_j \gamma_0) \quad (29b, c)$$

ここに、 $\gamma$ は建物と天井の $j$ 次の振動モードとの振動数比（同調比）である。 $R$ は地表面から屋根面の加速度の増幅率である。ただし、非共振状態となる $\gamma > \sqrt{2}$ ならば近似的に $R \approx 1$ となる。 $h_f, h_j$ はそれぞれ建物および天井の $j$ 次の減衰定数である。 $\bar{k} = \bar{m} \omega_0^2$ を考慮すると、斜め部材の動的水平力 $\bar{f}^d$ が以下のように求められる。

$$\bar{f}^d = \bar{m} \cdot \eta^d S_a, \quad \eta^d = \sum_j \eta_j^d = \sum_j \frac{\psi_{f0} \psi_j}{\Omega_j^2} R(\gamma_j) \quad (30a, b)$$

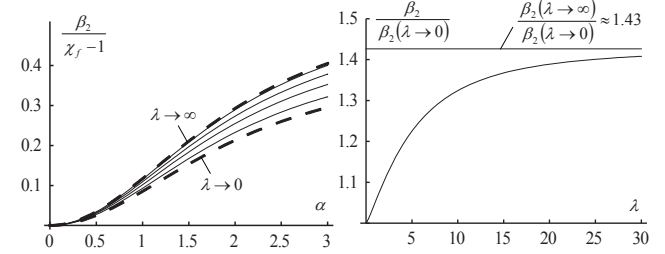


図15 2次の刺激係数

図16 2次の刺激係数の比

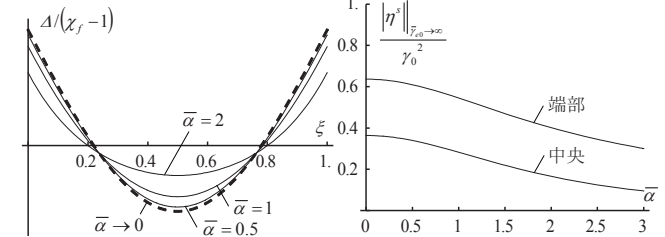
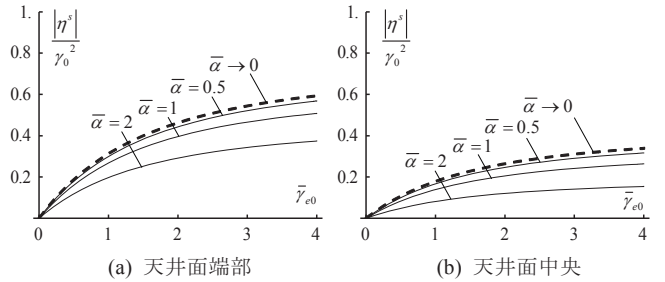


図17 静的相対変位

図18 静的水平力と有効剛比の関係



(a) 天井面端部

(b) 天井面中央

図19 静的水平力と建物の剛比の関係

ここに、 $\eta^d$  は水平震度の補正係数である。 $\Omega_j$  は付録 3 の結果を利用できる。あるいは、高次モードの影響が発現するような場合は、 $\Omega_j$  は 1 に近い値となることから、安全側に  $\Omega_j \approx 1$  とすることとすれば、 $\eta^d$  は下式のように単純化される (図 20 参照)。

$$\eta_1^d \approx \beta_1 \phi \psi_{f_0} R(\gamma_1) = \left\{ 1 + \frac{2}{\pi} (\chi_f - 1) \right\} \psi_{f_0} R(\gamma_1) \quad (31a)$$

$$\eta_2^d \approx \beta_2 \phi_2 \psi_{f_0} R(\gamma_2) \quad (31b)$$

ここで、 $\{1 + \frac{2}{\pi} (\chi_f - 1)\} \psi_{f_0}$  は建物の刺激関数の空間平均であり、これは、建物の 1 次モードの有効質量比  $M_f^{eff} / M_f$  に等しいことから、式(31a)は、最終的に以下のように書き換えられる。

$$\eta_1^d = \left( M_f^{eff} / M_f \right) R(\gamma_1) \quad (32)$$

#### 4.4 水平力の組み合わせ

応答スペクトル法により得られる静的・動的水平力の最大値の組み合わせ方法について述べる。図 21 に動的水平力に対する静的水平力の比を示すように、静的水平力は多くの場合で影響が大きく、組み合わせ方法の選択が重要となる。

一般に、斜め部材を有する耐震化を図った天井は短周期であり、剛体振動領域に属する異なるモード間の同調が予測される。また、1 次と 2 次モードの固有振動数は、天井の剛比によっては極めて近接する。したがって、動的水平力の組み合わせには、モード間の応答の同調性を考慮した SABS 法、CQC 法<sup>18)</sup>あるいは Gupta 法<sup>19)</sup>などを用いるべきである。一方で、告示の水平震度法に代表されるように、天井の耐震設計には、できるだけ簡易な手法が求められる。いま、2 次モードの影響度に着目すると、2 次モードの刺激関数が大きくなる場合には、前述したように 1 次と 2 次の固有振動数が近接する。したがって、本論文では、実用的な方法として SABS 法を用いることとする。一方、静的水平力は天井の振動により生じる応答ではないことから、静的水平力と動的水平力の組み合わせには、SABS 法を用いる。これらの手法の妥当性は、5 章で検討する。以上を模式的に表すと、斜め部材の静的・動的を組み合わせた最大水平力  $\tilde{f}_{max}$  は、以下ようになる。

$$\tilde{f}_{max} = \bar{m} \cdot \eta S_a, \quad \eta = \eta(\eta^s, \eta_1^d, \eta_2^d) \quad (33a, b)$$

式(33a)の  $\eta S_a$  は換算した水平震度に相当し、天井の最大応答加速度に対応する水平震度とは異なることに注意されたい。

#### 4.5 水平力の平均化

斜め部材は、実際には離散的に配置されることにより、水平力は斜め部材間距離で平均化されること、また天井の水平剛性は完全な線形弾性ではないことから、集中する水平力の再配分が生じることが予測される。以上のことから、天井面を端部領域と中央領域で領域分割して、それぞれの領域で水平力を平均することを考える (図 22)。 $\bar{\alpha} \rightarrow 0$  のときの  $\eta^s$  の零点のうち小さい方の値  $\xi_0$  を求めると、

$$\xi_0 = \left( \sin^{-1} \frac{2}{\pi} \right) / \pi (\approx 0.22) \quad (34)$$

であり、端部から零点までの  $\Delta$  の平均  $A_{mean}$  は、以下となる。

$$\text{(端部)} \quad \int_0^{\xi_0} \Delta d\xi = \frac{\sqrt{1 - (2/\pi)^2} - s}{(1 + \bar{\alpha}^2) \sin^{-1} \frac{2}{\pi}} \kappa \bar{\gamma}_{e0} \approx \frac{1}{3.28 + 0.82 \bar{\alpha}^2} \kappa \bar{\gamma}_{e0} \quad (35a)$$

$$\text{(中央)} \quad \int_{\frac{1}{2} - \xi_0}^{1/2} \Delta d\xi = -\frac{\sqrt{1 - (2/\pi)^2} - s}{(1 + \bar{\alpha}^2) \cos^{-1} \frac{2}{\pi}} \kappa \bar{\gamma}_{e0} \approx \frac{1}{4.18 + 1.04 \bar{\alpha}^2} \kappa \bar{\gamma}_{e0} \quad (35b)$$

$$s = \sinh(\bar{\alpha} \cos^{-1} \frac{2}{\pi}) / \sinh(\frac{\pi}{2} \bar{\alpha}) \quad (35c)$$

式(35a, b)の最後の近似解は、厳密解を  $\bar{\alpha}$  について Taylor 展開して近

似した式であり、誤差は非常に小さい (図 23)。最終的に平均化した水平力は、図 24 に示すように端部と中央部で概ね等しい値となる。

#### 4.6 天井面と壁の必要クリアランスの課題

告示では、仕様規定ルートに準じない場合には、天井と壁等のクリアランス量を決める際、天井の水平変位に加えて、建物の層間変位により生じる壁と天井の相対変位を考慮することを求めている<sup>3)</sup>。屋根面が変形する場合、さらに屋根面と天井面の水平変位の差により、新たな相対変位  $d$  が生じる (図 25 参照)。これは、式(24b)から以下のように求められる。

$$d = \Delta \psi_{f_0} \frac{S_a}{\omega_f^2} \quad (36)$$

図 25 に示すように  $\bar{\gamma}_{e0}$  が大きくなると、建物の代表変位  $S_d$  に近い変位  $d$  が生じてしまうことから、この付加的な変位を踏まえたクリアランスの設定が必要となる。

### 5. 数値計算例

#### 5.1 解析条件

斜め部材の水平力評価に対する提案手法の数値計算例を示し、併せて、有限要素解析との比較により、その妥当性を示す。

本例では、学校体育館規模の建物を想定し、天井面は 24m×9m の平面寸法とする。S1 タイプの体育館の梁間方向の固有周期は概ね 0.4 秒前後<sup>20)</sup>であることから、諸元を以下のように定める。

- 天井の総質量 :  $M_{ceiling} = 20 \text{kg/m}^2 \times (24 \text{m} \times 9 \text{m}) \times 10^{-3} = 4.32 \text{t}$
- 天井の水平剛性 :  $K_{ceiling} = 120 \text{kN/m/4m}^2 \times (24 \text{m} \times 9 \text{m}) = 6,480 \text{kN/m}$
- 建物の固有周期  $T_f$ 、固有円振動数  $\omega_f$  :  $T_f = 0.4 \text{s}$ ,  $\omega_f = 12.6 \text{rad/s}$

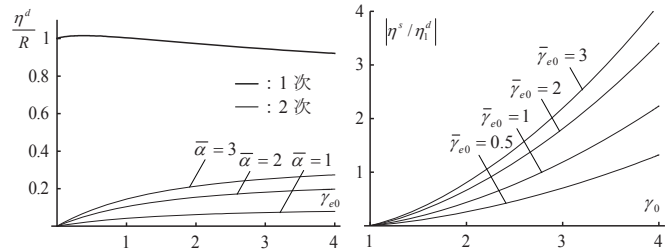


図 20 動的水平力

図 21 静的・動的水平力の関係

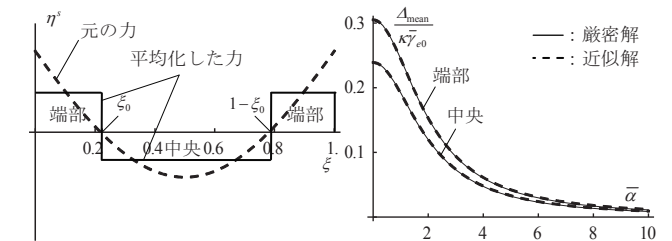


図 22 静的水平力の平均化の概念

図 23 平均化の近似

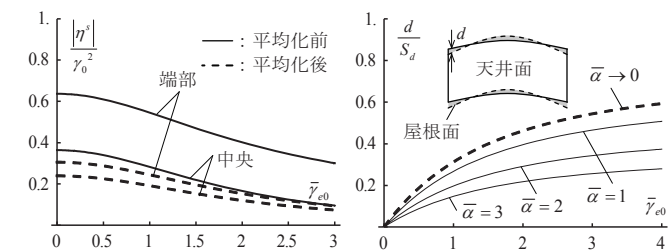


図 24 平均化した静的水平力

図 25 付加変位の発生

諸元は、2.2 節に記載したとおりである。天井面を剛とした場合の天井の水平固有周期  $T_{\text{ceiling}}$  は、以下のとおりである。

- ・天井の1次固有周期:  $T_{\text{ceiling}} = 2\pi\sqrt{M_{\text{ceiling}}/K_{\text{ceiling}}} = 0.162\text{s}$
- ・  $S_a = 2.4\text{m/s}^2$  ( $G_s = 1.5$ , 地震地域係数  $Z = 1.0$ ),  $S_d = 11.5\text{mm}$
- ・天井への入力値:  $\chi_f = 3.23 \rightarrow \psi_{f0} = 0.39, u_{f0} = 4.5\text{mm}$

$\chi_f$  は文献 1) の値を用いた。上記を解析ケース 1 として、これに表 1 の剛性変動を考慮して、表 2 に示す 4 ケースを解析する。なお、ケース 4 は、動的成分のみを抽出するための仮定のケースである。

建物の減衰定数は、鋼構造では通常 2% が用いられるが、告示の水平震度を定める際に用いられた検討値<sup>3)</sup> と文献 21) を参考にして 5% とし、天井の減衰定数は 5% と同一とする。地震波の目標スペクトルは、告示スペクトル (稀に発生する地震動) とし、位相特性は、一様乱数位相 (以下、乱数位相)、1995 年兵庫県南部地震神戸海洋気象台 NS 波形の位相 (以下、神戸位相)、1968 年十勝沖地震八戸港湾 EW 波形の位相 (以下、八戸位相) の 3 種類とする。地盤は第二種地盤とし、地盤増幅率  $G_s$  は、告示の簡略法により算出する。

有限要素解析では、図 26 に示すように、対称条件を用いて天井面対称軸の右半分の部分 (天井面  $12\text{m} \times 9\text{m}$ ) をモデル化する。天井面は 4 節点平面応力要素 ( $1\text{m} \times 1\text{m}$ ) でモデル化し、要素の各構成節点に支配幅に応じて、斜め部材を模擬したばね要素を水平 2 方向に接続する。ばね要素のもう一端の節点に位置  $x$  に応じて増幅される非一様な強制加速度を入力する。入力する加速度は、前述の建物を想定した固有周期  $T_f$  の 1 質点系の地震応答解析モデルに地震波を入力して得られる建物屋根面の地表面に対する相対応答加速度  $\ddot{u}_f$  と地動加速度  $\ddot{u}_g$  を以下のように分離したものとする (図 27)。

$$\ddot{u}_f(x, y) = \psi(x)\ddot{u}_f + \ddot{u}_g \quad (37)$$

これは、地動変位のドリフト成分が天井に虚偽の拘束力を与えることを回避するためである。時間積分は、モード重ね合わせ法に基づく直接積分法とし、0.1Hz から 50Hz までの周波数帯域を計算する。減衰定数は、振動数に依存しないモード減衰として考慮し、一律 5% とする。比較のために用いる屋根面を剛体と想定した一様分布加速度分布は、式(37)を  $\psi(x) = 1$  で評価した加速度とする。

## 5.2 解析結果

表 3 に示す固有値解析結果から、振動数比を精度よく予測できていることが解る。参考に示した、曲げ変形を無視した場合の結果には大きく誤差があり、図 28 の振動モードの一例からも明らかである。図 29~図 31 は、応答スペクトル法により評価された屋根面変位を強制変位入力とした静的解析による結果である。図 29 には静的水平力を無次元化したものを式(25)による提案手法と有限要素法と比較してある。有限要素法では、各ばね要素の内力を地震力方向にわたり総和したものを  $\bar{m}S_a$  で除して算出している。ただし、地震力方向の各ばね要素の内力はほぼ同一である。ケース 1, 3 の場合には、提案式の予測精度は高いが、ケース 2 では精度が落ちている。これは、屋根面剛性が小さく、天井の水平剛性が大きい場合には、天井吊元の強制変位と天井の静的変位の分布形状がほぼ同一となり、僅かな天井吊元と天井面の相対変位の予測誤差が斜め部材の力の大きな誤差につながる、悪条件な問題となるからである。図 30 は、天井面の面内曲げモーメントが最大となる天井面端部について、地震力と直交方向の静的水平力を示したものであり、 $\bar{\alpha}$  の増大につれて力も大

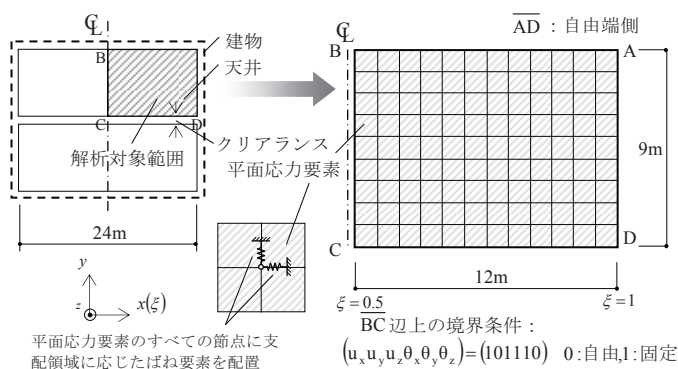


図 26 天井の地震応答解析モデル

表 2 解析ケース

ケース	$E$ ( $\text{N/mm}^2$ )	$G$ ( $\text{N/mm}^2$ )	剛比 $\alpha$ (-)	細長比 $\lambda$ (-)	有効剛比 $\bar{\alpha}$ (-)	振動数比 $\gamma_0$ (-)
1	2,000	600	0.61	9.2	1.10	2.4
2	200	60	2.34		4.21	3.0
3	2,000	600	0.35		0.63	1.4
4	2	0.6	19.2		34.6	2.4

表 3 天井の固有振動数

	固有振動数(Hz)		固有周期(s)		振動数比 $\Omega$ (-)	
	1次	2次	1次	2次	FEM	予測 <sup>(注)</sup>
ケース 1	6.16	12.72	0.16	0.079	2.1	2.1(3.4)
ケース 2	7.47	5.25	0.13	0.12	1.1	1.1(1.3)
ケース 3	3.56	11.68	0.28	0.086	3.3	3.3(5.8)
ケース 4	6.16	6.16	0.16	0.16	1.0	1.0(1.0)

(注) 括弧内の値は、曲げ変形を無視した式(10)により算定した結果を示す。

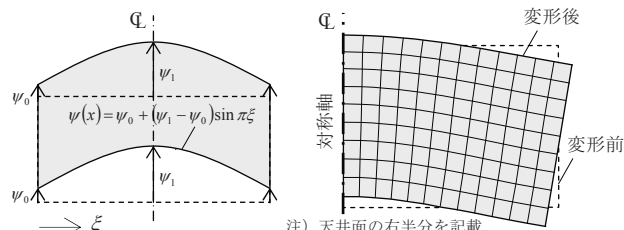


図 27 屋根面の変形仮定

図 28 2次振動モード(有限要素法)

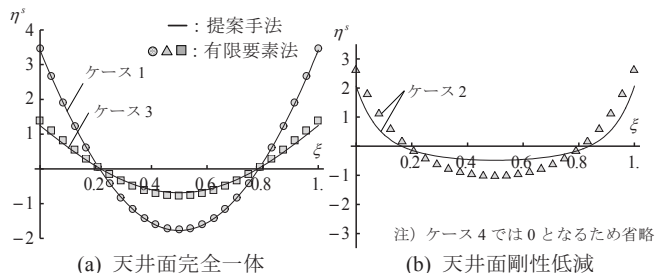


図 29 斜め部材の静的水平力の比較

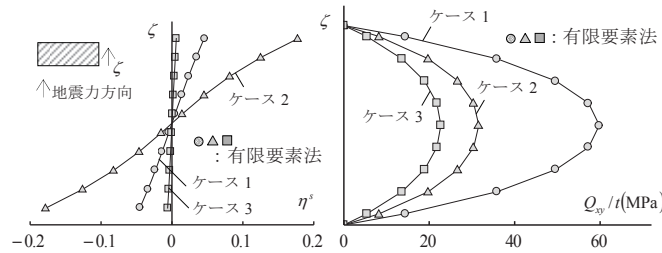


図 30 検討直交方向の静的水平力

図 31 天井面最大せん断応力



きくなる傾向にある。ただし、いずれも地震力方向と比べて非常に小さく、天井の耐震設計では、地震力2方向の組み合わせを考慮する必要はないといえる。図31は、天井面のせん断応力分布を示したものであり、2方向ばねが連続的に接続した天井面においてもせん断補正係数に Cowper の理論値  $5/6^{(8)}$  を用いることの妥当性を示している。図32に示す位相の異なる模擬地震動3波を1質点系の建物に入力した応答と式(29)を用いて時刻歴応答解析によらずに算出した応答の比較を図33に示す。図34は、一様加速度分布入力の場合の有限要素解析による斜め部材の水平力と式(25)による水平力の比較である。図33および図34のいずれも本提案手法が各応答を精度よく予測できていることを示している。表4には時刻歴応答解析から算出した応答の相関係数を示してある。いずれのケースも相関係数は概ね1となることから、水平力の組み合わせとして、SABS法を修正した以下の2通りの方法を考える。

$$(方法1: 符号付単純和) \quad \eta = |\eta^s + \eta_1^d + \eta_2^d| \quad (38a)$$

$$(方法2) \quad \eta = \max\left(|\eta^s + \eta_1^d + \eta_2^d|, |\eta^s + \eta_1^d|, |\eta^s + \eta_2^d|\right) \quad (38b)$$

式(38b)は、固有振動数が近接した2つのモードのうなりの影響を簡易に評価したものである。非一様加速度入力(図35)の場合の水平力を図36に示す。一様加速度分布入力に対する非一様加速度入力の応答の増加傾向はそれぞれのケースで異なる。ケース3は天井の水平剛性が他のケースに比べて小さいため、静的水平力成分の占める割合が相対的に小さく、非一様加速度による水平力の増幅は他と比べて小さい。一方、ケース1,2はその逆であり、天井端部では一様入力に比べて概ね3倍を超える増幅になる。ケース1,3のように天井面の剛性が確保されていれば、2次モードの影響は小さいが、天井面の剛性が小さいケース2では、その影響は無視できなくなる。

次に提案手法の予測精度について考察する。方法1では、大きく危険側の結果となる場合もあるが、方法2は概ね包絡した結果を与え、特に天井端部ではよく評価できている。また、静的水平力の影響のないケース4ではほぼ一致している。表5は、水平力の空間平均値を比較したものであり、予測誤差は概ね1割程度以下である。したがって、天井諸元の評価精度や設計の安全性・簡易性を勘案すると式(38b)の組み合わせ法が最も実用に資すると考えられる。

## 6. まとめ

本論文では、屋根面柔性により非一様加速度分布を受ける天井を対象として、天井斜め部材に作用する水平力およびそれを換算した水平震度を考察した。得られた結論を以下に要約する。

- 1) 屋根面の面内変形により生じる静的変位が斜め部材の水平力に及ぼす影響は、無視できない。

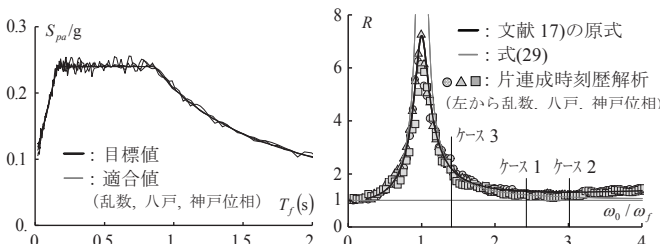


図32 地震応答スペクトル

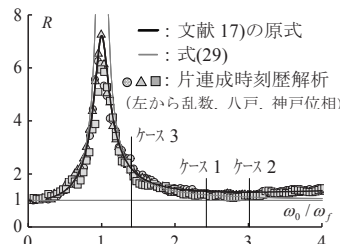


図33 床応答加速度の比較

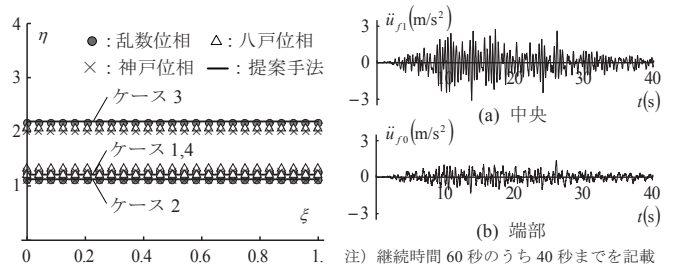


図34 水平力(一様加速度) 図35 天井への入力の例(乱数)

表4 静的変位および動的変位の相関係数

	静的・動的1次			静的・動的2次			動的1次・動的2次		
	乱数	八戸	神戸	乱数	八戸	神戸	乱数	八戸	神戸
ケース1	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	0.99	0.99	0.99
ケース2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
ケース3	0.90	0.92	0.93	1.00	1.00	1.00	0.89	0.92	0.93
ケース4	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00

注) 相関係数は当該周期を有する時刻歴応答解析から算出している。

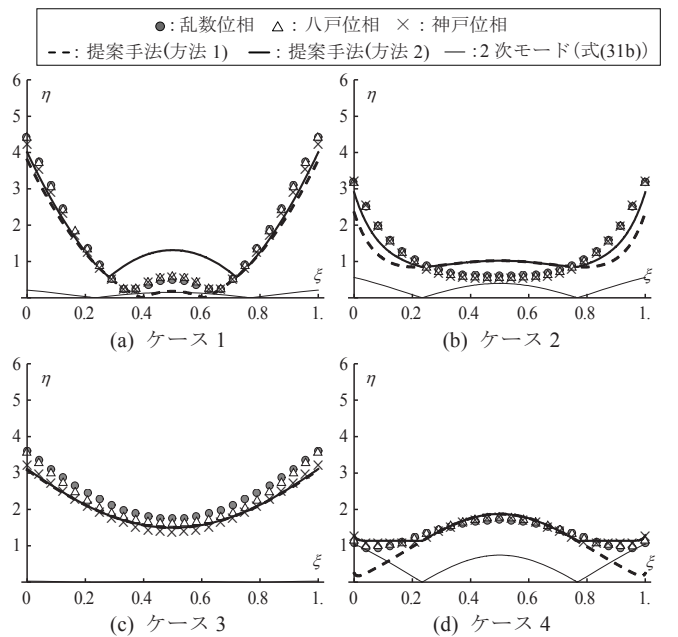


図36 斜め部材の最大水平力(非一様分布加速度分布入力)

表5 斜め部材の無次元水平力etaの空間平均値の比較

		端部			中央			全域		
		乱数	八戸	神戸	乱数	八戸	神戸	乱数	八戸	神戸
ケース1	時刻歴	2.5	2.5	2.4	0.4	0.5	0.5	1.5	1.5	1.4
	予測1	2.3	(0.92)							
	予測2	2.3	(0.93)							
ケース2	時刻歴	1.2	1.3	1.3	1.2	1.3	1.3	1.2	1.3	1.3
	予測	1.2	(0.94)		1.2	(0.94)		1.2	(0.94)	
	時刻歴	1.7	1.7	1.7	0.7	0.6	0.6	1.2	1.2	1.2
ケース3	時刻歴	1.1	1.2	1.1	1.1	1.2	1.1	1.1	1.2	1.1
	予測1	1.3	(0.77)							
	予測2	1.5	(0.87)							
ケース4	時刻歴	2.9	2.8	2.5	1.9	1.8	1.6	2.4	2.3	2.1
	予測1	2.5	(0.92)							
	予測2	2.5	(0.93)							
ケース5	時刻歴	2.1	2.1	2.0	2.1	2.1	2.0	2.1	2.1	2.0
	予測	2.2	(1.05)		2.2	(1.05)		2.2	(1.05)	

注1) 予測1は式(38a)、予測2は式(38b)で算定した値を示す。  
 注2) 動的水平力の平均値は、天井端部の  $\eta_1^d$  の1/2で評価した。  
 注3) 中央は非一様加速度入力が一様入力の値を下回るため対象外とする。  
 注4) 括弧内の値は3波の結果の平均値に対する予測式の比率を示す。

- 2) 天井面の変形は、天井面の面内剛性に対する天井の水平剛性の比に細長比による修正を加えた有効剛比により評価可能である。
- 3) 天井板を構成する石膏ボード群が完全一体として挙動すれば、天井面内の変形を有する高次モードの影響は少ない。しかしながら、それ以外の場合には、その影響が有意になる可能性がある。
- 4) 天井の静的水平力は、建物表面の水平剛性と層剛性の比および天井面の面内剛性と水平剛性の比、建物と天井の水平剛性の比の3種の変数により支配される。また、天井の端部・中央の最大水平力あるいは平均化した値に限定すれば、これらの変数を用いた簡易な評価式で予測できる。
- 5) 非一様加速度入力を受ける場合の天井端部の水平力は、一様加速度入力を受ける場合に比べて大きくなる。これを簡易に予測する手法を提案し、概ね1割以下の誤差で予測可能なことを確認した。

**謝辞**

本研究は、JSPS 研究費 24246094「吊り天井ならびに天井懐に設置された設備機器の耐震設計法に関する研究」の助成を受けたものです。ここに謝意を示します。

**参考文献**

- 1) 金子健作, 元結正次郎: 鉄骨造平屋建てにおける屋根面柔性を考慮した水平方向振動特性の簡易評価手法, 日本建築学会構造系論文集, No.706, pp.1805-1815, 2014.12
- 2) 安藤顕祐, 川口健一, 永井拓生, 新谷真人, 熊谷祥吾: 大面積吊天井の地震時応答解析 その2 山形屋根体育館における吊天井の応答解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-1, pp.797-798, 2008.7
- 3) 建築性能基準推進協会: 建築物の天井脱落対策に係る技術基準の解説, 2013.10
- 4) 梶原浩一ほか: Eディフェンス実験に基づく大規模空間吊り天井の脱落被害低減技術開発, その1~13, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-1, pp.997-1022, 2014.9
- 5) R. W. Clough and J. Penzien: Dynamics of structures, McGraw-Hill, 1975
- 6) 電力中央研究所: 多入力系の応答スペクトルによる地震応答解析 1. 理論および基礎的特性に関する考察, 電力中央研究所報告, 1977.9
- 7) 平野忠人, 瀬川輝夫, 久徳 敏治: 建築構造物における2次の構成要素の地震応答解析用モデルに関する一考察, 日本建築学会近畿支部研究報告集, pp.317-320, 1980.6
- 8) G. R. Cowper: The shear coefficient in Timoshenko 's beam theory, Journal of Applied Mechanics, Vol.33, pp.335-340, 1966.6
- 9) 文部科学省: 学校施設における天井等落下防止対策のための手引き, 2013.8
- 10) 天野聡志, 元結正次郎, 金子健作, 湊川諒, 佐藤泰章, 佐藤幸博, 佐々木康人, 田原健一: 非構造部材に用いられる要素の力学的性状 その1 仕上げボードの材料特性, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-1, pp.935-936, 2014.9
- 11) 船積宏彰, 元結正次郎, 仁科雄太郎, 吉川昇: 在来工法による鋼製下地天井の力学特性に関する研究, その1 天井各構成部位の力学特性, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-1, pp.911-912, 2005.9
- 12) 永井拓生, 川口健一: 在来工法吊り天井の面内剛性の評価と振動性状に及ぼす影響について, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-1, pp.883-884, 2010.7
- 13) 佐藤太裕, 蟹江俊仁, 三上隆動: 動的問題における水中浮遊式トンネルと弾性床土梁の等価性に関する研究, 構造工学論文集, Vol.47A, pp.1-8, 2001.3
- 14) S. P. Timoshenko: Vibration Problems in Engineering, D. Van Nostrand Company Inc., New York, 1955
- 15) T. C. Huang: The effect of rotatory inertia and of shear deformation on the frequency and normal mode equations of uniform beams with simple end conditions, Journal of Applied Mechanics, Vol.28, pp.579-584, 1961.12
- 16) 松浦義一: 剪断の影響を考慮した両端自由梁の屈曲振動(一様断面梁の場合), 関西造船協会誌, pp.37-42, 1959
- 17) 安井護, 吉原醇一, 宮本 明倫: 床応答スペクトルの直接計算法について: その1 計算式の誘導, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B, pp.757-758, 1985.9

- 18) Der Kiureghian, A.: A response spectrum method for random vibration, University of California at Berkeley, 1980.6
- 19) A. K. Gupta: Response Spectrum Method, CRC Press Inc., 1992
- 20) 立道郁生: 学校体育館の固有周期に関する考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-1, pp.913-914, 2013.8
- 21) 脇山善夫, 藤堂正喜, 渡壁守正: 学校体育館の振動特性, 日本建築学会技術報告集, No.32, pp.91-96, 2010.2
- 22) K. Lilhanand and W. S. Tseng: Generation of synthetic time histories compatible with multiple damping response spectra, Proc. of SMIRT-10, pp.105-110, 1989

**付録1 静的変位と動の変位の分離による多点入力問題の解法**

多点入力問題に対する解法は、詳しくは文献5)を参照にされたいが、静的変位・動変位等に対する理解の一助として、概要をここで紹介しておく。

Cloughらは、骨組構造等の離散系に生じる絶対変位  $U$  は、入力点の強制変位により生じる仮想的な静的変位  $u^s$  およびそこからの増分である動変位  $u^d$  に加算分離されるとした。これを入力点(下添え字  $f$  で表す)とそれ以外の自由点(下添え字  $a$  で表す)を分離して、表すと以下ようになる。

$$U_a = u_a^s + u_a^d, \quad U_f = u_f \quad (A1a, b)$$

$u_f$  は、入力点の強制変位であり既知量であるため、静的変位と動変位の区別はしない。この変位を用いて振動方程式を誘導する。簡単のために減衰はないものとするが、結論の一般性は失われぬ。質量マトリクスおよび剛性マトリクスをそれぞれ  $M$  および  $K$  とすれば、それらのサブマトリクスを用いて、運動方程式は、以下のように表される。

$$\begin{bmatrix} M_a & O \\ O^T & M_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_a^s + \ddot{u}_a^d \\ \ddot{u}_f \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_{aa} & K_{af} \\ K_{fa} & K_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a^s + u_a^d \\ u_f \end{bmatrix} \quad (A2)$$

ここに、 $O$  はすべての成分を零とした(非正方)マトリクスである。式(A2)における  $M, K$  の添え字は、前述と同様の意味で用いている。式(A2)の第1式のみを書き下すと、以下ようになる。

$$M_a \ddot{u}_a^d + K_{aa} u_a^d = -M_a \ddot{u}_a^s - (K_{aa} u_a^s + K_{af} u_f) \quad (A3)$$

自由点の静的変位  $u_a^s$  は、その定義から以下の静的釣り合い式を満足する。

$$K_{aa} u_a^s + K_{af} u_f = 0 \quad (A4)$$

式(A4)から、式(A3)右辺の括弧内の項は、式(A4)により消滅する。式(A4)を  $u_a^s$  について求め、これを式(A3)に代入すれば、振動方程式が誘導される。

$$M_a \ddot{u}_a^d + K_{aa} u_a^d = -(M_a K_{aa}^{-1} K_{af}) \ddot{u}_f \quad (A5)$$

式(A4)および式(A5)が、それぞれ連続体系の式(2)および式(3)に対応する。

**付録2 Timoshenko 梁における変位関数の仮定**

有限要素解析による結果を援用して、簡便さが失われないうえで精度のよい弾性支床土上の Timoshenko 梁の変位関数を考察する。

弾性支床土上の純せん断梁は理論解が導出できる。この解を援用して梁のせん断ひずみ  $\varepsilon_{xy}$  の分布を次式で近似する。

$$\varepsilon_{xy} = -(2\pi/l) a_1 \sin 2\pi\xi \quad (A6)$$

当然ながら、Timoshenko 梁においても両端自由の境界条件を満足する。一方、回転角  $\theta$  は  $\theta = du/dx - \varepsilon_{xy}$  であるから、曲げひずみ  $d\theta/dx$  は、以下となる。

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{1}{l^2} \frac{d^2 u}{d\xi^2} - \frac{1}{l} \frac{d\gamma}{d\xi} \quad (A7)$$

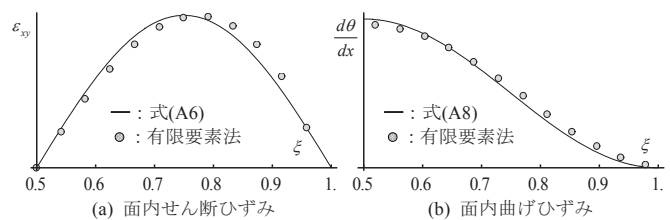
ここで、有限要素解析法(図26参照)の固有値解析により得られた振動モードに帰するよう、境界条件を満足する曲げひずみの分布を以下で近似する。

$$d\theta/dx = 2a_2(2\pi/l)^2 \sin^2 \pi\xi \quad (A8)$$

ここに、 $a_2$  は一般化変位の一つである。適合度は、付図1のとおりである。式(A7)と式(A8)を等値すると、変位  $u$  に関する常微分方程式が得られる。

$$\frac{1}{l^2} \frac{d^2 u}{d\xi^2} + \frac{4\pi^2}{l^2} a_1 \cos 2\pi\xi - 2a_2 \left( \frac{2\pi}{l} \right)^2 \sin^2 \pi\xi = 0 \quad (A9)$$

対称条件を用いて式(A9)を解けば、積分定数が一般化変位で表され、最終的に式(15c)が誘導される。以上の変位関数の導入の仮定から、任意の  $a_0, a_1, a_2$  に対して、境界条件が自動的に満足される。



付図1 変位関数に基づく天井面のひずみの適合度

付録3 細長比と剛比が天井の固有振動数に及ぼす影響の等価性

細長比  $\lambda$  や剛比  $\alpha$  に対して、固有値問題を解くのは不便であり、固有振動数は  $\lambda$  と  $\alpha$  の複数の設計変数に依存するため、数表も作成し難い。そこで、天井面の曲げ変形が固有円振動数に与える影響を次のように考える。曲げ変形の影響を無視した式(10)における剛比  $\lambda$  が細長比  $\lambda$  により補正され、 $\bar{\alpha}(\lambda)$  に置き換えられるものとする。さらに  $\bar{\alpha}$  は、剛比  $\alpha$  と細長比  $\lambda$  による影響が乗算的に変数分離できると仮定し、補正係数  $A(\lambda)$  を導入して、2次固有円振動数  $\Omega_2$  が次のように表されるものとする。

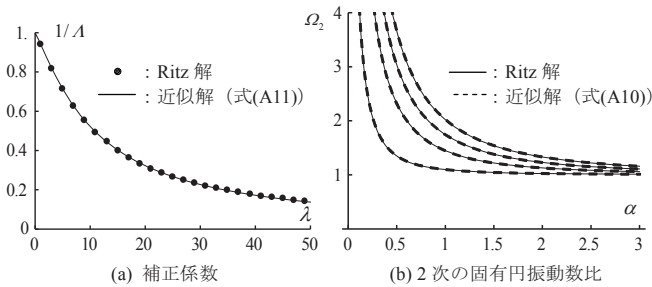
$$\Omega_2 = \sqrt{1 + 4\bar{\alpha}^2}, \quad \bar{\alpha} = \alpha A(\lambda) \quad (A10a, b)$$

ここで、回帰係数  $a, b, c$  を導入して、 $A$  を定数項を含む指数関数で近似する。

$$A(\lambda) = a + b\lambda^c \quad (A11)$$

一例として、 $G = 600\text{N/mm}^2, E = 2,000\text{N/mm}^2$  の場合について、Ritz法の固有値解析による結果を非線形最小二乗法により回帰した結果を付図2に示す。いずれの細長比や剛比についても良く対応していることが解る。

また、大面積天井の天井面の面内剛性は実験的に十分に明らかにされていないことや石膏ボード以外の天井仕上げ材も本論文の適用範囲とするため、種々の  $E/G$  に対して求めた回帰係数を付表1に整理しておく。



付図2 2次固有円振動数の近似式の精度

付表1 回帰係数

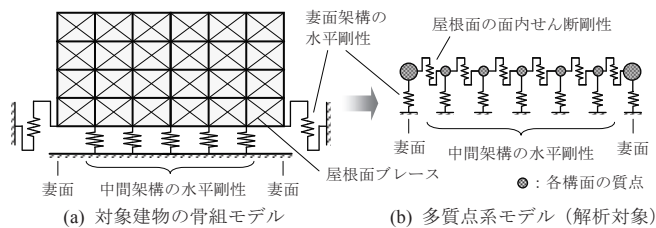
	天井面の $E/G$						
	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	5.0	6.0
$a$	1.24	1.12	1.05	1.00	0.98	0.97	0.97
$b$	0.064	0.062	0.059	0.054	0.048	0.038	0.030
$c$	1.24	1.22	1.20	1.20	1.22	1.25	1.28

- 注1) 回帰係数  $a, b, c$  は、式(A11)に対応する。
- 注2) 天井面の  $E/G$  の最小値は、天井地下材の板としての面内せん断剛性は、天井板に比べて小さいと考え、弾性体のポアソン比 0 から定めた。
- 注3) 天井面の  $E/G$  の最大値は、天井面が天井板と天井地下材からなる合成材であるため、弾性体の非圧縮性のポアソン比 0.5 を超える値まで記載した。

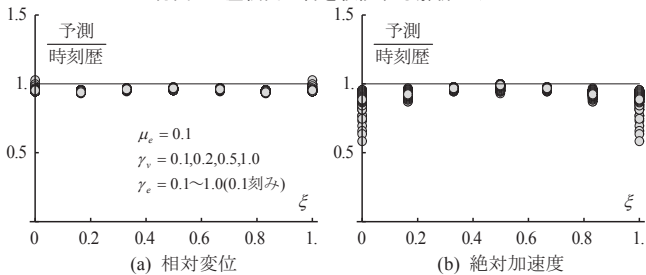
付録4 屋根面の変位および加速度応答の検証

文献1)では、固有値解析に限定して屋根面や建物の挙動を論じており、天井に入力される諸量となる、変位や加速度の時刻歴応答解析による検証はなされていない。ここでは、式(22)の応答スペクトル法と多質点系モデルの時刻歴応答解析により評価した屋根面の相対変位および絶対加速度の比較をおこない、天井に入力される変位および加速度の妥当性を検証する。

付図3(b)の解析モデルに告示波を入力したときの最大応答の結果を付図4および付図5に示す。相対変位はほとんど誤差なく評価できている。一方、絶対加速度については、屋根面端部を除いて良く予測できている。屋根面端

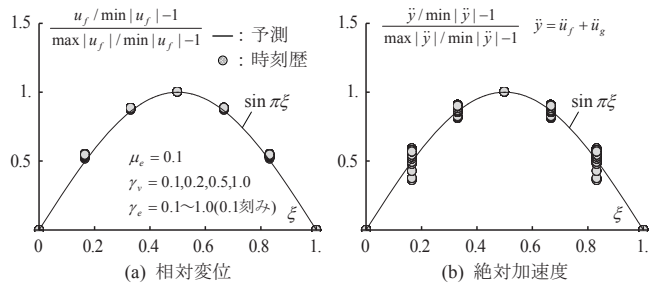


付図3 屋根面応答を検証する解析モデル



付図4 提案手法による屋根面応答の予測誤差

部は表面が大きく振動する対称3次モードの励起が無視できないため誤差が大きい。しかし、天井は端部からクリアランスを設けて吊られることや、3次の固有周期は1次の約1/9であることから、この加速度の誤差は、天井の応答に影響を及ぼすものではないと考えられる。



付図5 屋根面応答の空間変動成分の比較

付録5 建物の減衰定数が2%の場合の天井応答

5章による検討では、建物の減衰定数  $h_f$  を 5% としているが、鋼構造における時刻歴地震応答解析では、慣用的に 2% の減衰定数が用いられることが多い。通常の正弦波合成法を用いて、減衰定数 5% で適合した模擬地震動による 2% 減衰の地震応答スペクトルは、目標スペクトルの加速度応答一定領域においても、極めて大きな変動が生じることが知られている。5章で建物の減衰定数に 5% を採用したもう一つの理由は、この変動と予測の変動を峻別し、屋根面変形が天井に及ぼす影響の妥当性を簡潔に説明するためでもある。補正パルス波を併用した多価減衰定数のスペクトルに適合させる方法<sup>22)</sup>により、減衰定数 2% の地震応答スペクトルそのものも適合させて改善できる。しかしながら、これらの精度改善は、本論文での趣旨と異なる。そこで、限界耐力計算法で規定される式(A12)の応答低減効果係数  $F_h$  を用いて、検討に用いる加速度応答スペクトルを割り増し、減衰定数 2% の建物の結果に代用する。なお、応答スペクトル法による精度は、5章で十分に確認されている。

$$F_h(h_f) = \frac{1.5}{1 + 10h_f}, \quad h_f = 0.02 \rightarrow F_h = 1.25 \quad (A12)$$

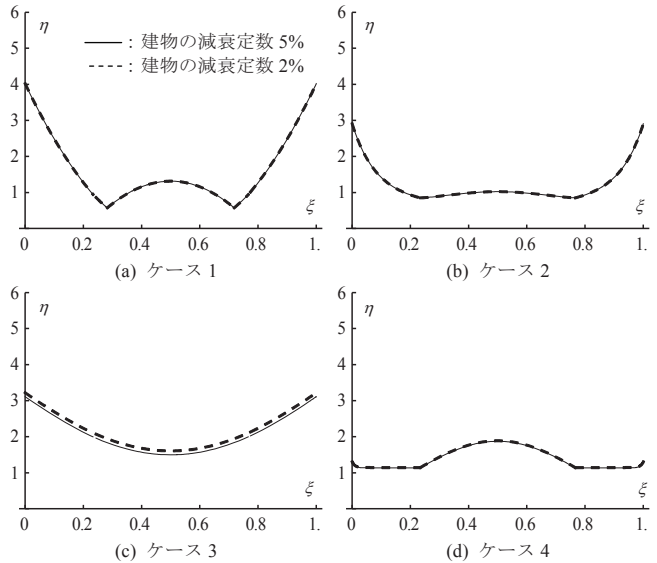
建物と天井の周期がともに加速度応答一定領域にあるとすると、式(29b)は、以下のように書き換えられる。

$$R = \sqrt{\gamma_j^4 + F_h^2} / |\gamma_j^2 - 1| \quad (A13)$$

式(A13)の根号の  $F_h$  の  $R$  に及ぼす影響は、 $\gamma_j$  が小さいほど、すなわち建物と天井の固有振動数比が 1 に近いほど大きくなる。しかしながら、本論文で適用範囲とする  $\gamma_j \geq \sqrt{2}$  であれば、 $R$  に対する  $F_h$  の項の影響は動的な水平力への影響は、次式に示すとおり、高々 5% 程である。

$$\frac{R(h_f = 0.02)}{R(h_f = 0.05)} = \frac{\sqrt{\sqrt{2}^4 + F_h^2}}{\sqrt{\sqrt{2}^4 + 1^2}} = 1.05 \quad (A14)$$

ゆえに、静的・動的を組み合わせた水平力  $\bar{f}$  に対しては、減衰定数が無次元化された水平力  $\eta (= \bar{f}/S_d)$  に与える影響はさらに小さくなる。実際、付図6に建物の減衰定数を 2% と 5% とした場合それぞれの無次元化水平力  $\eta$  を示すとおり、建物と天井の振動数比が最も 1 に近いケース 3 では、両者に若干差異が確認されるものの、いずれも工学的に有意な差異は認められない。



付図6 建物の減衰定数 2% と 5% の斜め部材の最大水平力の比較

# SEISMIC COEFFICIENT PROFILE IN SUSPENDED CEILING SUBJECTED TO NON-UNIFORMLY DISTRIBUTED ACCERELATION DUE TO ROOF DEFORMATION

*Kensaku KANEKO\* and Shojiro MOTOYUI\*\**

\* Assist.Prof., Dept. of Built Environment, Interdisciplinary Graduate School of Science and Technology, Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

\*\* Prof., Dept. of Built Environment, Interdisciplinary Graduate School of Science and Technology, Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

Numerous conventional suspended large ceilings with insufficient seismic performance have been affected seismic damage such as total or partial collapse in steel gymnasiums or production plants. These circumstances encouraged enforcement of completely new Japanese seismic design specification for the suspended ceiling. The slabs or roofs, from which the ceiling is suspended, are assumed to be completely rigid in the specification. In the contrast, unavoidable seismic deformation is caused in flexible roof without concrete slab in steel structures such as gymnasiums. This paper discusses the large ceiling subjected to non-uniformly distributed acceleration due to seismic roof deformation in these structures. The numerical problem is summarized as well-known multi-input problem. The objective is to clarify unknown seismic behavior and propose evaluation method of seismic forces acting on the ceiling braces by the aid of numerical techniques for this problem. A key concept of additive decomposition of seismic displacement into quasi-static and dynamic part is introduced in this paper. The ceiling is mathematically regarded as the Timoshenko beam supported on elastic foundation. The beam corresponds to the ceiling board and the elastic foundation is equivalent to averaged horizontal stiffness of the ceiling braces. Two differential equations are considered for the two displacement components. The first static equilibrium is governed by a stiffness ratio which is the ratio of horizontal stiffness of the ceiling to in-plane stiffness of the ceiling. It is stated that the static displacement cause statically indeterminate stress in the ceiling braces. The static displacement also contributes to equivalent participation factors based on the multi-input problem. At first, the equations are exactly solved in complete disregard for in-plane bending deformation of the ceiling board. It is shown that higher vibration modes involving in-plane deformation are potentially excited only when the ceiling is subjected to non-uniformly distributed acceleration and the ceiling board accepts elastic deformation. It is also pointed out that the participation factor of the higher modes becomes greater as the stiffness ratio becomes increases. This finding is slightly corrected based on the Rayleigh-Ritz method to incorporate in-plane bending deformation in the ceiling board. The shape of the second vibration modes remain invariant even if the stiffness ratio changes. Therefor the participation factor slightly increases at a constant rate depending on slenderness ratio for any stiffness ratio. The practical evaluation method for the forces corresponding to the static and dynamic displacements is proposed based on the response spectrum method. The two kinds of the forces are coupled with the convenient SRSS combination method and verified through direct time-history analysis. Finally, the proposed method is verified through comparison with finite element analysis with shell elements and spring elements. Floor responses in typical steel gymnasium are calculated with earthquake motion specified in Japanese standard in the first phase. Then the response acceleration is prescribed at each node of the spring elements in the second phase to obtain the ceiling response. It is shown that the proposed method well predicts the forces calculated by finite element analysis for the three typical ceiling having wide variety of stiffness. It is also confirmed that the brace force in orthogonal direction caused by in-plane bending of the ceiling board is negligibly small compared with one in parallel to seismic motion. The brace forces corresponding to static displacement is critical although higher mode contribution on brace forces is relatively small. The estimated seismic forces in the brace subjected to non-uniformly distributed acceleration go up to roughly three times as compared with the forces subjected to uniformly distributed acceleration at maximum.

(2014年10月9日原稿受理, 2015年3月9日採用決定)